Machines thermiques 25

Les machines thermiques sont des systèmes thermodynamiques avec lesquels on modélise de nombreux appareils et installations réels : moteurs à essence et Diesel, réfrigérateurs, pompes à chaleur, centrales électriques thermiques, usines d'incinération...

1 Machine monotherme

Une machine thermique est un système thermodynamique (M) échangeant du travail avec un système mécanique *SM* (ou électrique) et du transfert thermique avec un ou plusieurs thermostats au cours de transformations successives formant un cycle : quand il a subi toutes les transformations, le système est revenu dans son état initial.

La machine thermique la plus simple échange du transfert thermique avec un unique thermostat TH de température T_0. On note W le travail algébrique qu'elle *reçoit* de la part du système mécanique (ou électrique) *SM* et Q le transfert thermique algébrique qu'elle *reçoit* de la part du thermostat au cours du cycle (voir figure 25.1) .

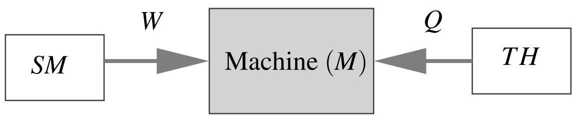

Figure 25.1 – Schéma synoptique d'une machine monotherme. W et Q sont positifs s'ils sont effectivement reçus par la machine (M) et négatifs s'ils sont cédés par (M).

On applique les deux principes de la thermodynamique à la machine (M) sur le cycle. Pour cette transformation, l'état final est identique à l'état initial i, donc les variations des fonctions d'état de (M) sont nulles : $\Delta U = U_i - U_i = 0$ et $\Delta S = S_i - S_i = 0$. Il vient donc :

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q = 0 \\ \Delta S = \dfrac{Q}{T_0} + S_{\text{créée}} = 0, \end{cases}$$

car la température de la surface du système en contact avec le thermostat est à la température du thermostat T_0. On en tire :

$$Q = -T_0 S_{\text{créée}} \leq 0 \quad \text{et} \quad W = T_0 S_{\text{créée}} \geq 0.$$

Ainsi, la machine ne peut que recevoir du travail et donner du transfert thermique. Il s'agit par exemple d'un radiateur électrique qui reçoit du travail de l'installation électrique et fournit du transfert thermique à la pièce.

Si l'on veut une machine pouvant fournir du travail il faut nécessairement au moins deux sources. La suite du chapitre sera consacrée aux machines dithermes.

2 Machines thermiques dithermes

2.1 Généralités sur les machines dithermes

a) Notations

Une machine ditherme (M) échange du transfert thermique avec deux thermostats :
- un thermostat TH_{ch} de température T_{ch} appelé **source chaude** ;
- un thermostat TH_{fr} de température T_{fr} appelé **source froide**.

Comme le vocabulaire employé l'indique on suppose que : $T_{ch} > T_{fr}$.

On note W le travail algébrique reçu par la machine de la part du système SM, Q_{ch} et Q_{fr} les transferts thermiques reçus par la machine de la part des thermostats TH_{ch} et TH_{fr} respectivement. Les conventions de signe pour ces échanges énergétiques sont schématisées sur la figure 25.2.

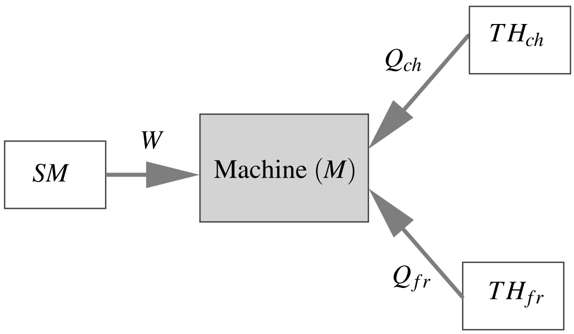

Figure 25.2 – Schéma synoptique d'une machine ditherme. W, Q_{ch} et Q_{fr} sont positifs s'ils sont effectivement reçus par la machine (M) et négatifs s'ils sont cédés par (M).

b) Inégalité de Clausius

On applique les deux principes de la thermodynamique à la machine (M). La transformation étant un cycle, les variations des fonctions d'état de (M) sont nulles. Il vient donc :

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q_{ch} + Q_{fr} = 0 \\ \Delta S = \dfrac{Q_{ch}}{T_{ch}} + \dfrac{Q_{fr}}{T_{fr}} + S_{\text{créée}} = 0, \end{cases}$$

car la température de la surface du système à travers laquelle il reçoit le transfert thermique d'un thermostat est à la température de ce thermostat.

Le deuxième principe précise que $S_{\text{créée}} \geq 0$, on a donc l'**inégalité de Clausius** :

$$\frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} \leq 0. \tag{25.1}$$

Cette inégalité est une égalité si et seulement si le cycle est une suite de transformations réversibles (on dit plus rapidement que le cycle est réversible).

c) Les deux types de machines dithermes

La première possibilité est que la machine reçoive de l'énergie de la source chaude, en donne à la source froide. Ce qu'elle reçoit en plus par rapport à ce qu'elle cède est transformé en travail : la machine est dans ce cas un moteur.

> Un **moteur thermique** fournit du travail ($W < 0$) et l'échange thermique a lieu dans le sens naturel : la source chaude donne du transfert thermique au moteur ($Q_{ch} > 0$) tandis que la source froide reçoit du transfert thermique du moteur ($Q_{fr} < 0$).

La deuxième possibilité est que la machine reçoive du travail. Il est alors possible qu'elle donne du transfert thermique à la source chaude et reçoive du transfert thermique de la source froide. La machine sert dans ce cas à chauffer la source chaude ou bien à refroidir la source froide.

> Une machine thermique destinée à refroidir (**machine frigorifique**, **climatiseur**) ou bien à chauffer (**pompe à chaleur**) reçoit du travail ($W > 0$), cède du transfert thermique à la source chaude ($Q_{ch} < 0$) et prend du transfert thermique à la source froide ($Q_{fr} > 0$). Ce **transfert thermique de sens contraire au sens naturel** nécessite l'apport de travail à la machine.

2.2 Moteur thermique

a) Rendement du moteur

La définition générale d'un **rendement** est :

$$\rho = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right|.$$

Pour un moteur, c'est le travail qui est utile et c'est la source chaude qui est onéreuse. On définit donc le rendement du moteur de la manière suivante :

$$\rho_{\text{moteur}} = \left| \frac{W}{Q_{ch}} \right| = -\frac{W}{Q_{ch}}, \tag{25.2}$$

puisque $W < 0$ et $Q_{ch} > 0$. D'après le premier principe, $W = -(Q_{ch} + Q_{fr})$, l'expression précédente devient donc :

$$\rho_{\text{moteur}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}}.$$

En multipliant l'équation du second principe par $\dfrac{T_{fr}}{Q_{ch}}$ on trouve : $\dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} + \dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}} + \dfrac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}} = 0$.
On en déduit :

$$\rho_{\text{moteur}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} - \frac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}}. \tag{25.3}$$

b) Théorème de Carnot

D'après le deuxième principe $S_{\text{créée}} \geq 0$ et pour un moteur $Q_{ch} > 0$ donc $\dfrac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}} \geq 0$ et d'après (25.3) :

$$\rho_{\text{moteur}} \leq 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}.$$

L'égalité est réalisée si et seulement si $S_{\text{créée}} = 0$, c'est-à-dire si le cycle est réversible. Ce résultat est le **théorème de Carnot** :

Le rendement d'un moteur ditherme réversible est :

$$\rho_{\text{moteur,rev}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}, \tag{25.4}$$

où T_{ch} est la température de la source chaude et T_{fr} la température de la source froide. Ce rendement est appelé **rendement de Carnot**. C'est la valeur maximale du rendement d'un moteur thermique fonctionnant avec ces sources.

Un moteur ditherme fonctionnant sur un cycle comportant au moins une transformation irréversible a un rendement plus faible que le rendement de Carnot.
Pour avoir le rendement de Carnot le plus élevé possible il faut avoir deux sources de températures aussi éloignées que possible.

c) Exemples

Une centrale électrique nucléaire peut être modélisée par une machine thermique fournissant du travail électrique et travaillant avec, comme source chaude, le réacteur et, comme source froide, l'eau d'une rivière. Pour les valeurs typiques $T_{ch} = 600$ K et $T_{fr} = 300$ K le rendement de Carnot est égal à $0,5$. En pratique le rendement est compris entre 30 et 40%. Il est plus faible que le rendement de Carnot en raison des irréversibilités et de diverses pertes.

Dans le cas d'un moteur de voiture, la source froide est l'air atmosphérique, de température typique $T_{fr} = 300$ K. Le transfert thermique est apporté au moteur par les gaz en combustion dont la température peut valoir $T_{ch} = 3000$ K. Pour ces valeurs le rendement de Carnot vaut $0,9$. En pratique une valeur typique de rendement est 35% pour un moteur à essence et 45% pour un moteur Diesel.

2.3 Machine frigorifique

a) Efficacité de la machine frigorifique

Le but d'une machine frigorifique est de produire du froid. Il s'agit donc de prendre du transfert thermique à la source froide et la grandeur intéressante est Q_{fr}. La grandeur coûteuse est le travail W fourni à la machine. On définit l'**efficacité** de la machine frigorifique par :

$$\boxed{e_{\text{frigo}} = \left|\frac{Q_{fr}}{W}\right| = \frac{Q_{fr}}{W},} \tag{25.5}$$

puisque $Q_{fr} > 0$ et $W > 0$.
D'après le premier principe, $W = -(Q_{fr} + Q_{ch})$ donc :

$$e_{\text{frigo}} = -\frac{Q_{fr}}{Q_{fr} + Q_{ch}} = -\frac{1}{1 + \dfrac{Q_{ch}}{Q_{fr}}}.$$

En multipliant l'équation du second principe par $\dfrac{T_{ch}}{Q_{fr}}$ on trouve : $\dfrac{Q_{ch}}{Q_{fr}} + \dfrac{T_{ch}}{T_{fr}} + \dfrac{T_{ch}S_{\text{créée}}}{Q_{fr}} = 0$.
On en déduit :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{1}{\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1 + \dfrac{T_{ch}S_{\text{créée}}}{Q_{fr}}}. \tag{25.6}$$

D'après le deuxième principe $S_{\text{créée}} \geq 0$ et pour une machine frigorifique $Q_{fr} > 0$ (la source froide donne du transfert thermique), donc $\dfrac{T_{ch}S_{\text{créée}}}{Q_{fr}} \geq 0$. Par suite :

$$e_{\text{frigo}} \leq \frac{1}{\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}.$$

L'égalité est réalisée si et seulement si $S_{\text{créée}} = 0$, c'est-à-dire si le cycle est réversible. Ce résultat est le **théorème de Carnot** :

> L'efficacité d'une machine frigorifique réversible est :
>
> $$e_{\text{frigo,rev}} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}, \tag{25.7}$$
>
> où T_{ch} est la température de la source chaude et T_{fr} la température de la source froide. C'est la valeur maximale de l'efficacité d'une machine frigorifique fonctionnant avec ces sources.

Une machine frigorifique fonctionnant sur un cycle non réversible a une efficacité plus faible que $e_{\text{frigo,rev}}$.
D'après la formule (25.7), l'efficacité est plus grande quand les températures des deux sources sont plus proches.

b) Exemples

Un congélateur domestique est modélisable par une machine thermique ditherme avec pour source froide l'intérieur du congélateur, à la température $T_{fr} = -18°\text{C} = 255$ K, et pour source chaude l'air de la pièce de température $T_{ch} = 300$ K. Pour ces températures, $e_{\text{frigo,rev}} = 5,7$. Dans la pratique le coefficient d'efficacité est au mieux voisin de 2.

L'efficacité d'un réfrigérateur domestique peut valoir jusqu'à 8. Cette valeur meilleure, s'explique par le fait que la température de la source froide (intérieur du réfrigérateur) est plus proche de la température de la source chaude (air de la pièce) que dans le cas du congélateur.

2.4 Pompe à chaleur

a) Efficacité d'une pompe à chaleur

Le but d'une machine pompe à chaleur est de chauffer la source chaude. La grandeur intéressante est donc Q_{ch}. La grandeur coûteuse est le travail W fourni à la machine. On définit donc l'**efficacité** de la pompe à chaleur :

$$\boxed{e_{\text{pac}} = \left|\frac{Q_{ch}}{W}\right| = -\frac{Q_{ch}}{W},} \tag{25.8}$$

puisque $Q_{ch} < 0$ et $W > 0$.
D'après le premier principe, $W = -(Q_{fr} + Q_{ch})$ donc :

$$e_{\text{pac}} = \frac{Q_{ch}}{Q_{fr} + Q_{ch}} = \frac{1}{1 + \dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}}}.$$

En multipliant l'équation du second principe par $\dfrac{T_{fr}}{Q_{ch}}$ on trouve : $\dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} + \dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}} + \dfrac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}} = 0$.
On en déduit :

$$e_{\text{pac}} = \frac{1}{1 - \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} - \dfrac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}}}. \tag{25.9}$$

D'après le deuxième principe $S_{\text{créée}} \geq 0$ et pour une pompe à chaleur $Q_{ch} < 0$ (la source chaude reçoit du transfert thermique), donc $\dfrac{T_{fr}S_{\text{créée}}}{Q_{ch}} \leq 0$. Par suite :

$$e_{\text{pac}} \leq \frac{1}{1 - \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}}} = \frac{T_{ch}}{T_{ch} - T_{fr}}.$$

L'égalité est réalisée si et seulement si $S_{\text{créée}} = 0$, c'est-à-dire si le cycle est réversible. Ce résultat est le **théorème de Carnot** :

L'efficacité d'une machine pompe à chaleur réversible est :

$$e_{\text{pac,rev}} = \frac{T_{ch}}{T_{ch} - T_{fr}}, \tag{25.10}$$

où T_{ch} est la température de la source chaude et T_{fr} la température de la source froide. C'est la valeur maximale de l'efficacité d'une pompe à chaleur fonctionnant avec ces sources.

Une pompe à chaleur fonctionnant sur un cycle irréversible a une efficacité plus faible que $e_{\text{pac,rev}}$.
D'après la formule (25.10), l'efficacité est plus grande quand les températures des deux sources sont plus proches. L'efficacité est aussi supérieure à 1 (alors que le rendement d'un moteur est inférieur à 1). C'est pour cela que la pompe à chaleur est intéressante : en utilisant le travail W on peut fournir à la source chaude un transfert thermique égal à $e_{\text{pac}}W$, plus grand que W. La différence est l'énergie fournie par la source froide.

b) Exemple

Une pompe à chaleur, utilisée pour chauffer une maison en hiver, travaille avec l'eau du circuit de chauffage pour source chaude et l'air à l'extérieur de la maison pour source froide. Ainsi, on chauffe la maison en refroidissant le jardin. L'efficacité e_{pac} diminue avec l'écart des températures des deux sources. C'est pourquoi il est préférable d'avoir un chauffage par le sol (eau à $T_{ch} = 35^\circ$C) plutôt que par radiateur (eau à $T_{ch} = 60^\circ$C). On trouve dans la notice d'une pompe à chaleur le coefficient d'efficacité, appelé COP dans ce contexte, correspondant à $T_{ch} = 35^\circ$C et $T_{fr} = 7^\circ$C. Le COP varie entre 3 et 5. La pompe à chaleur est de classe A selon les normes européennes si son COP est supérieur à $3,65$. La valeur maximale théorique correspondant aux températures précédentes est : $e_{\text{pac,rev}} = \dfrac{273+35}{35-7} = 11$. La différence entre $e_{\text{pac,rev}}$ et le COP réel est due au fait que la machine réelle n'est pas réversible, mais aussi à la consommation d'énergie pour des tâches annexes.

3 Étude de cycles théoriques réversibles

3.1 Cycle de Carnot pour un gaz parfait

On appelle **cycle de Carnot** un cycle ditherme réversible. Lorsque le système échange du transfert thermique avec la source chaude (respectivement froide), la condition de réversibilité thermique impose que la température du système soit égale à T_{ch} (respectivement T_{fr}). Ces échanges thermiques ne peuvent donc avoir lieu que lors de transformations isothermes. En dehors de ces transformations, le système ne doit pas échanger de transfert thermique donc il ne peut avoir que des transformations adiabatiques et réversibles. Le cycle de Carnot le plus simple est le suivant :

- une transformation isotherme à T_{ch},
- une transformation adiabatique et réversible (donc isentropique) dans laquelle la température passe de T_{ch} à T_{fr},

- une transformation isotherme à T_{fr},
- une transformation adiabatique et réversible (donc isentropique) dans laquelle la température passe de T_{fr} à T_{ch}, ramenant le système à l'état initial.

Dans ce paragraphe le système Σ sera un échantillon de gaz parfait de quantité de matière n. La figure 25.3 montre, dans un diagramme de Clapeyron, un cycle de Carnot $ABCD$ pour ce système :

- AB : détente isotherme à T_{ch},
- BC : détente adiabatique et réversible,
- CD : compression isotherme à T_{fr},
- DA : compression adiabatique et réversible.

Le cycle est décrit dans le sens horaire et, comme il a été dit au chapitre 22, le gaz fournit du travail dans ce cas. Il s'agit donc du cycle d'un moteur ditherme.

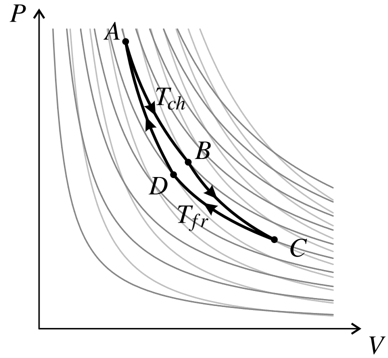

Figure 25.3 – Cycle de Carnot pour un échantillon de gaz parfait.

On va exprimer les transferts d'énergie Q_{ch}, Q_{fr} et W de Σ sur le cycle en fonction de la quantité de gaz n, et des caractéristiques du cycle :

$$\text{les températures } T_{ch}, T_{fr}, \text{ et le rapport des volumes } \alpha = \frac{V_B}{V_A}.$$

Le transfert thermique Q_{ch} est échangé au cours de la transformation isotherme AB. D'après le premier principe $Q_{ch} = \Delta U_{AB} + \Delta E_{c,AB} - W_{AB}$. $\Delta U_{AB} = 0$ car la transformation est isotherme et l'énergie interne du gaz parfait ne dépend que de sa température (première loi de Joule) ; $\Delta E_c = 0$; le travail reçu par un gaz parfait dans une transformation isotherme est donné par la formule 22.7 page 807 : $W_{AB} = -nRT_{ch} \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -nRT_{ch} \ln \alpha$. Ainsi :

$$Q_{ch} = nRT_{ch} \ln \alpha.$$

Le transfert thermique Q_{fr} est échangé au cours de la transformation isotherme CD. Le même raisonnement conduit à : $Q_{fr} = nRT_{fr} \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$. Or : $\frac{V_D}{V_C} = \frac{V_D}{V_A}\frac{V_A}{V_B}\frac{V_B}{V_C}$. Pour trouver $\frac{V_D}{V_A}$ et $\frac{V_B}{V_C}$ on peut appliquer la loi de Laplace aux transformations DA et BC qui sont adiabatiques et réversibles :

$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_{ch}}{T_{fr}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

et de même :

$$\frac{V_B}{V_C} = \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_{fr}}{T_{ch}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Ainsi : $\frac{V_D}{V_C} = \frac{1}{\alpha}$ et :

$$Q_{fr} = -nRT_{fr} \ln \alpha.$$

Au lieu de calculer directement le travail cédé par le système au cours du cycle : $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$, on peut le trouver en appliquant le premier principe au système sur le cycle :

$$W = -Q_{ch} - Q_{fr} = -nR(T_{ch} - T_{fr}) \ln \alpha.$$

Pour conclure on peut calculer le rendement de ce système en tant que moteur ditherme :

$$\rho_{\text{moteur}} = -\frac{W}{Q_{ch}} = \frac{T_{ch} - T_{fr}}{T_{ch}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} = \rho_{\text{moteur,rev}}.$$

On retrouve, bien sûr, le rendement de Carnot.

Remarque

Le cycle étant réversible, il peut être aussi parcouru par le système Σ dans le sens $ADCB$. Tous les échanges énergétiques sont alors opposés à ceux que l'on vient de calculer et Σ est une machine frigorifique ou une pompe à chaleur.

3.2 Cycle de Carnot pour un système diphasé

Dans ce paragraphe le système Σ sera un échantillon de corps pur sous forme liquide et gaz. La figure 25.4 montre, dans un diagramme de Clapeyron, un cycle de Carnot $ABCD$ pour ce système :

- AB : transformation adiabatique et réversible,
- BC : vaporisation partielle isotherme réversible à T_{fr} sous la pression $P_{\text{sat}}(T_{fr})$,
- CD : transformation adiabatique et réversible,
- DA : liquéfaction totale isotherme réversible à T_{ch} sous la pression $P_{\text{sat}}(T_{ch})$.

En A on a du liquide saturant seul et en D de la vapeur saturante sèche.

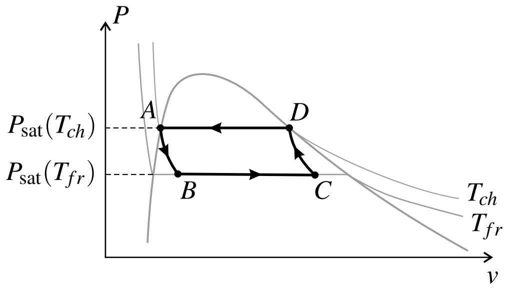

Figure 25.4 – Un cycle de Carnot pour un corps pur diphasé.

Le cycle est décrit dans le sens trigonométrique et, comme il a été dit au chapitre 22, dans ce cas le fluide reçoit du travail. Il s'agit donc du cycle d'une machine frigorifique ou d'une pompe à chaleur.

On va exprimer les transferts d'énergie Q_{ch}, Q_{fr} et W de Σ sur le cycle en fonction de la masse de fluide de gaz m, des températures T_{ch}, T_{fr} et de grandeurs caractéristiques du fluide (capacités thermiques massiques, enthalpie ou entropie de vaporisation).

On va commencer par déterminer les fractions massiques en gaz $x_{G,B}$ et $x_{G,C}$ aux points B et C. La transformation AB est adiabatique et réversible, donc isentropique. Ainsi :

$$S_A = S_B \quad \text{soit} \quad ms_L(T_{ch}) = m\left(s_L(T_{fr}) + x_{G,B}\Delta_{\text{vap}}s(T_{fr})\right),$$

en utilisant la formule (24.12) du chapitre 24, page 858. On en tire :

$$x_{G,B} = \frac{s_L(T_{ch}) - s_L(T_{fr})}{\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})} = \frac{c_L}{\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})} \ln\left(\frac{T_{ch}}{T_{fr}}\right),$$

en utilisant la formule (24.11), page 857, et en notant c_L la capacité thermique du liquide. De la même manière on obtient $x_{G,C}$ par l'équation :

$$S_C = S_D \quad \text{soit} \quad m\left(s_L(T_{fr}) + x_{G,C}\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})\right) = m(s_L(T_{ch}) + \Delta_{\text{vap}} s(T_{ch})),$$

d'où : $x_{G,C} = \dfrac{c_L \ln\left(\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}}\right) + \Delta_{\text{vap}} s(T_{ch})}{\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})}$. Ainsi : $x_{G,C} - x_{G,B} = \dfrac{\Delta_{\text{vap}} s(T_{ch})}{\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})}$.

Le fluide échange du transfert thermique avec la source froide au cours de la transformation isobare BC donc $Q_{fr} = Q_{BC} = \Delta H_{BC} = m(x_{G,C} - x_{G,B})\Delta_{\text{vap}} h(T_{fr})$, d'après la formule (23.18), page 832. Ainsi :

$$Q_{fr} = m\Delta_{\text{vap}} h(T_{fr}) \frac{\Delta_{\text{vap}} s(T_{ch})}{\Delta_{\text{vap}} s(T_{fr})} = m\Delta_{\text{vap}} h(T_{ch}) \frac{T_{fr}}{T_{ch}},$$

d'après la relation (24.15), page 859.

Le fluide échange du transfert thermique avec la source chaude au cours de la transformation isobare DA et de même $Q_{ch} = Q_{DA} = \Delta H_{DA}$ soit :

$$Q_{ch} = -m\Delta_{\text{vap}} h(T_{ch}).$$

On obtient le travail échangé par le fluide au cours du cycle en appliquant le premier principe :

$$W = -Q_{fr} - Q_{ch} = m\Delta_{\text{vap}} h(T_{ch}) \left(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}\right).$$

Pour conclure, on peut calculer le rendement de ce système en tant que machine frigorifique :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{Q_{fr}}{W} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}.$$

On retrouve bien le rendement de la machine réversible.

4 Étude de machines thermiques réelles

4.1 Moteur à explosion

Les moteurs à essence fonctionnent suivant un cycle théorique proposé par le physicien français Beau de Rochas en 1862. Le moteur fut réalisé par l'allemand Otto une quinzaine d'années plus tard. Ce moteur est appelé *moteur à explosion* car il est nécessaire de produire une étincelle à l'aide d'une bougie pour provoquer l'inflammation du mélange air-carburant.

On a représenté sur la figure 25.5 le cycle théorique et sur la figure 25.6 le cycle réel qui, comme on le voit, se rapproche du cycle théorique.

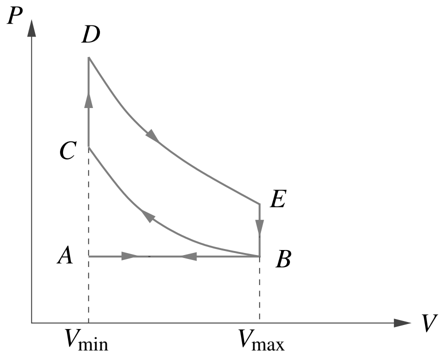

Figure 25.5 – Cycle théorique du moteur à quatre temps.

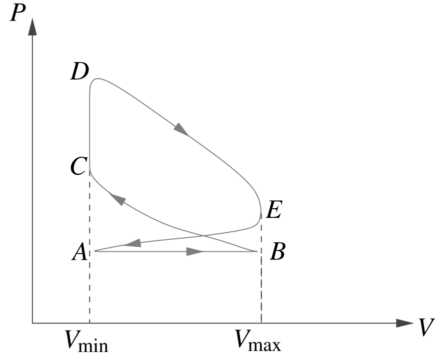

Figure 25.6 – Cycle réel du moteur à quatre temps.

En A le piston est en bout de course et le cylindre offre le volume minimal V_{min}. L'évolution est la suivante :

- 1er temps (AB) : admission, la soupape d'admission est ouverte, le piston descend en aspirant le mélange air-carburant jusqu'au volume V_{max}.
- 2e temps (BCD) : le piston remonte et comprime le gaz adiabatiquement jusqu'en C puis l'étincelle est produite par la bougie provoquant la combustion. La pression augmente très rapidement mais le piston n'a pas le temps de bouger (évolution isochore CD).
- 3e temps (DE) : les gaz brûlés sous forte pression repoussent le piston. C'est une détente adiabatique avec production de travail.
- 4e temps (EBA) : la soupape d'échappement s'ouvre, provoquant une rapide baisse de pression isochore (EB), puis le piston remonte pour refouler les gaz brûlés (BA).

Les mouvements du piston sont représentés sur la figure 25.7.

On s'aperçoit donc que, dans un moteur à quatre temps, le piston fait deux allers et retours pour décrire un cycle. Dans un moteur de voiture, les différents cylindres fonctionnent avec un décalage de manière à ce que le piston remonte dans certains cylindres quand il descend dans d'autres. Cela est dû au fait que les bielles des différents cylindres ne sont pas fixées toutes du même côté du vilebrequin.

Pour calculer le rendement du moteur on suppose le gaz parfait, de rapport des capacités thermiques γ indépendant de la température. On suppose de plus les transformations BC et DE adiabatiques et réversibles pour pouvoir appliquer la loi de Laplace. On note n la quantité de gaz contenue dans le système.

Le transfert thermique est échangé avec la source chaude lors de la transformation isochore CD donc :

$$Q_{ch} = Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C).$$

Le transfert thermique est échangé avec la source froide lors de la transformation isochore EB donc :

$$Q_{fr} = Q_{EB} = \Delta U_{EB} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_B - T_E).$$

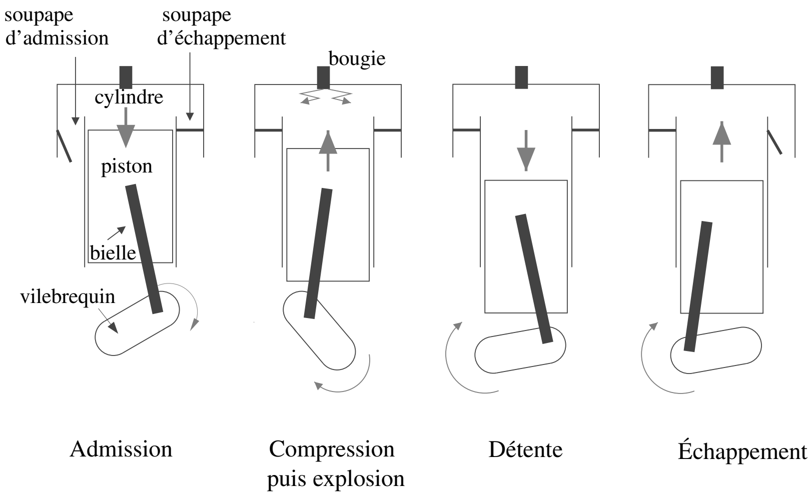

Figure 25.7 – Fonctionnement d'un moteur à 4 temps.

D'autre part, d'après la loi de Laplace :

$$T_C = T_B \left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad T_D = T_E \left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)^{\gamma-1}.$$

On en déduit que : $Q_{ch} = -Q_{fr}\left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)^{\gamma-1}$, puis en appliquant le premier principe au système sur le cycle :

$$W = -Q_{ch} - Q_{fr} = -\left(1 - \left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)^{1-\gamma}\right) Q_{ch}.$$

Ainsi le rendement du moteur est :

$$\rho_{\text{moteur}} = -\frac{W}{Q_{ch}} = 1 - \left(\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}\right)^{1-\gamma}. \tag{25.11}$$

Il dépend du rapport $\frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}$ qui est appelé *taux de compression*. Comme $1-\gamma < 0$, l'expression précédente montre que ρ_{moteur} est d'autant plus grand que le taux de compression est important. Une valeur type du taux de compression est 10 et le rendement donné par la formule (25.11) (avec $\gamma = 1,4$) est $0,60$. Les carburants sont conçus de manière à supporter un fort taux de compression sans exploser avant l'étincelle de la bougie.

4.2 Machine frigorifique (MPSI)

a) Principe de fonctionnement

Les systèmes frigorifiques et les pompes à chaleur sont en général des systèmes à condensation dont le principe est représenté sur la figure 25.8. Un fluide, dit *frigorigène* ou *caloporteur* suivant l'utilisation, suit un circuit comportant :

- un compresseur C dans lequel il reçoit du travail et n'a pas d'échange thermique (dans le compresseur la température du fluide augmente),
- un condenseur dans lequel il est en contact avec la source chaude à laquelle il cède du transfert thermique,
- un détendeur D dans lequel il ne reçoit ni travail, ni transfert thermique (dans le détendeur la température du fluide diminue),
- un évaporateur dans lequel il est en contact avec la source froide de laquelle il reçoit du transfert thermique.

Les transformations du fluide dans le condenseur et l'évaporateur sont isothermes, l'énergie perdue ou gagnée par le fluide correspondant à un changement d'état.

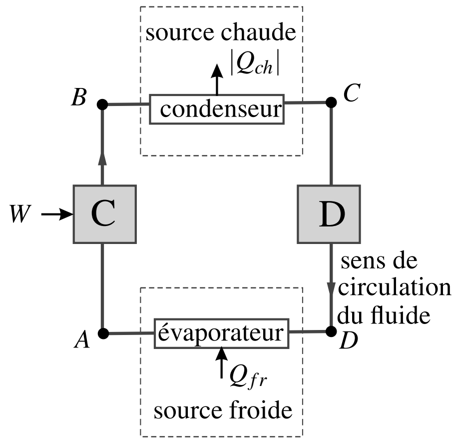

Figure 25.8 – Schéma d'un système à condensation.

b) Premier principe pour un fluide en écoulement

Le système thermodynamique fermé auquel on peut appliquer les équations du paragraphe 2 est le système constitué par la totalité du fluide contenu dans le circuit.

Pour obtenir une relation faisant apparaître les échanges énergétiques dans l'un des éléments du circuit (compresseur, condenseur, détendeur ou évaporateur), il faut appliquer le premier principe pour un fluide en écoulement dont la démonstration est donnée ci-après.

On considère, de manière générale, un fluide en écoulement lent, passant dans un élément actif à l'intérieur duquel il peut échanger du travail et/ou du transfert thermique. Entre l'entrée et la sortie de cet élément, les grandeurs thermodynamiques massiques du fluide, enthalpie massique h, énergie interne massique u, volume massique v changent. On note ces grandeurs à l'entrée avec un e en indice, et à la sortie avec un s en indice. On note aussi P_e et P_s les pressions à l'entrée et à la sortie.

Soit w et q le travail et le transfert thermique reçus par l'unité de masse de fluide qui traverse l'élément actif. Le travail w est échangé par le fluide avec des pièces mobiles, à l'intérieur de l'élément actif.

On considère un système Σ **fermé** représenté sur la figure 25.9. Dans l'état initial, Σ contient une masse m de fluide située devant l'entrée de l'élément actif ainsi que le fluide qui remplit l'élément actif. Dans l'état final, Σ contient la même masse m de fluide à la sortie de l'élément actif et le fluide qui remplit l'élément actif.

On suppose l'**écoulement permanent** : l'état du fluide en un point donné de la canalisation est le même à chaque instant (même si, à deux instant différents, ce n'est pas le même fluide puisqu'il s'écoule). Ainsi, dans Σ à l'état final, le fluide qui est à l'intérieur de l'élément actif a exactement les mêmes propriétés que celui qui se trouve au même endroit, dans Σ à l'état initial.

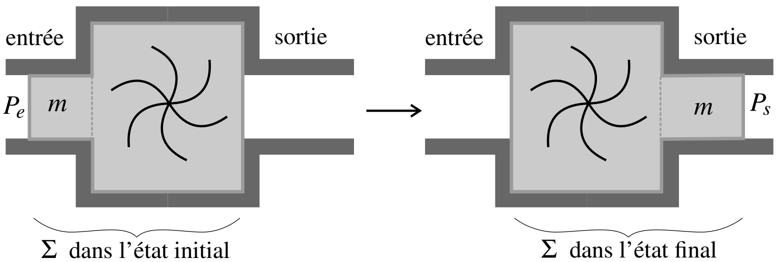

Figure 25.9 – Démonstration du premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire.

Quelle est la variation d'énergie interne de Σ entre l'état initial et l'état final ? La différence provient de la masse m de fluide qui, dans l'état initial, a une énergie interne massique u_e et, dans l'état final, a une énergie interne massique u_s, donc :

$$\Delta U = mu_s - mu_e.$$

Pour simplifier, on fait l'hypothèse que le fluide s'écoule lentement et que la variation d'énergie cinétique est négligeable devant la variation d'énergie interne précédente. On fait donc l'approximation :

$$\Delta E_c \simeq 0.$$

Au cours de sa transformation le système Σ reçoit un travail de la part des forces de pression, qui le poussent à l'entrée et le repoussent à la sortie. Ce travail a été calculé au chapitre 22. On adapte la formule (22.3), page 803 : le volume balayé à l'entrée est mv_e, volume occupé par la masse m à l'entrée, et le volume balayé à la sortie est mv_s (voir figure 25.9). Ainsi :

$$W_{\text{pression}} = P_e(mv_e) - P_s(mv_s).$$

Ce travail n'est pas le seul reçu par Σ et ce n'est pas non plus le plus intéressant, car il s'agit d'un travail de forces internes au fluide. Σ reçoit dans l'élément actif un travail appelé **travail utile** donné par :

$$W_u = mw_u.$$

Il reçoit aussi un transfert thermique :

$$Q = mq.$$

Ainsi, le premier principe pour Σ, entre l'état initial et l'état final considérés, s'écrit :

$$\Delta U + \Delta E_c = W_{\text{pression}} + W_u + Q \quad \text{soit} \quad mu_s - mu_e = P_e(mu_e) - P_s(mu_s) + mw_u + mq,$$

soit encore, en simplifiant par m et en regroupant les termes :

$$(u_s + P_s v_s) - (u_e + P_e v_e) = w_u + q.$$

Il apparaît dans cette formule la variation d'enthalpie massique du fluide entre l'entrée et la sortie :

$$\Delta h = h_s - h_e = (u_s + Pv_s) - (u_e + Pv_e).$$

Pour un fluide en **écoulement stationnaire**, traversant un élément actif à l'intérieur duquel il reçoit, de parties mobiles, un travail massique w_u, et dans lequel il reçoit le transfert thermique massique q, le **premier principe** s'écrit, en négligeant la variation d'énergie cinétique :

$$\Delta h = w_u + q, \tag{25.12}$$

où Δh est la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie de l'élément actif.

✎ L'intérêt de cette formulation du premier principe est qu'elle ne fait pas intervenir le travail des forces de pression, travail interne au fluide, mais uniquement le travail utile, travail échangé par le fluide avec les parties mobiles de l'élément actif.

Ce résultat général s'applique à chacun des quatre éléments de la machine :

- pour le compresseur, dans lequel le fluide reçoit des pièces mobiles le travail massique w_{comp} et ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{AB} = h_B - h_A = w_{\text{comp}},$$

- pour le condenseur, dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique $q_{ch} < 0$ de la source chaude (donc lui cède le transfert thermique $-q_{ch} > 0$) :

$$\Delta h_{BC} = h_C - h_B = q_{ch},$$

- pour le détendeur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide ne reçoit aucun transfert thermique :

$$\Delta h_{CD} = h_D - h_C = 0 \quad \text{soit} \quad h_C = h_D,$$

- pour l'évaporateur dans lequel il n'y a pas de pièces mobiles et dans lequel le fluide reçoit le transfert thermique massique q_{fr} de la source froide ;

$$\Delta h_{DA} = h_A - h_D = q_{fr}.$$

L'efficacité de la machine est, suivant sa fonction :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{q_{fr}}{w_{\text{comp}}} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A} \quad \text{ou} \quad e_{\text{pac}} = -\frac{q_{ch}}{w_{\text{comp}}} = \frac{h_B - h_C}{h_B - h_A}. \tag{25.13}$$

Remarque

Pour le système Σ comprenant la totalité du fluide contenu dans le circuit, de masse m_Σ, les échanges énergétiques sur un cycle (c'est-à-dire le circuit complet) sont :

$$W = m_\Sigma w_{\text{comp}}, \quad Q_{ch} = m_\Sigma q_{ch} \quad \text{et} \quad Q_{fr} = m_\Sigma q_{fr}.$$

Les expressions des efficacités ci-dessus sont bien compatibles avec (25.6) et (25.8).

c) Diagramme des frigoristes

Pour étudier ces machines on utilise habituellement un diagramme appelé **diagramme des frigoristes**. Dans ce diagramme, on porte la pression P en ordonnée et l'enthalpie massique h en abscisse pour le fluide utilisé. C'est, dans le principe, un diagramme (P, h). Cependant, pour couvrir une plus large gamme de pressions, l'échelle des pressions est logarithmique : c'est, dans la pratique, un diagramme $(\log P, h)$.

Ce diagramme, comme le diagramme Clapeyron, comporte une zone d'équilibre liquide-vapeur qui est délimitée par la courbe de saturation, à droite il y a la zone du gaz et à gauche la zone du liquide (voir figure 25.10). Le sommet de la courbe de saturation est le point critique.

Sur le diagramme $(\log P, h)$ on trace des réseaux de courbes sur lesquelles les différentes grandeurs thermodynamiques intensives du fluide sont constantes :

- isothermes,
- isobares,
- isochores (volume massique v constant),
- isenthalpes (enthalpie massique h constante),
- isentropes (entropie massique s constante),
- isotitres (titre en vapeur x_V constant).

Les **isobares** sont des droites horizontales, les **isenthalpes** sont des droites verticales (voir figure 25.10 par exemple). Noter que les isobares ne sont pas équidistantes à cause de l'échelle logarithmique.

Les **isothermes** ont une forme plus compliquée (voir figure 25.11) :

- Dans la zone d'équilibre liquide-vapeur, si la température T est constante la pression l'est aussi, puisque $P = P_{L-G}(T)$), donc chaque isotherme a un palier horizontal. La largeur de ce palier est égale à l'enthalpie massique de vaporisation $\Delta_{\text{vap}} h(T)$ du fluide. Pour ne pas surcharger le diagramme, il est d'usage de ne dessiner que les extrémités des paliers sur la courbe de saturation.

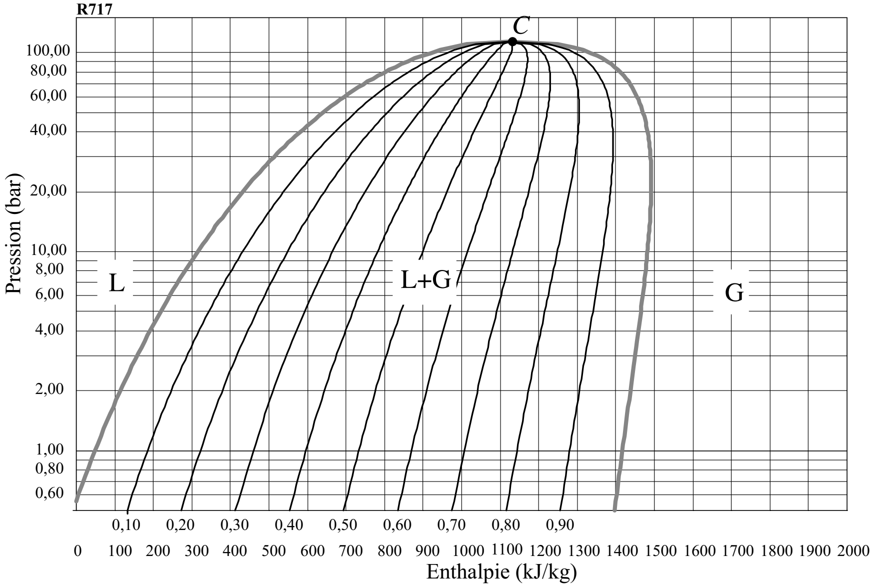

Figure 25.10 – Diagramme des frigoristes pour l'ammoniac (fluide frigorifique R717) : isobares (horizontales), isenthalpes (verticales), courbe de saturation (en gris) et réseau d'isotitres (en noir).

- Dans la zone du liquide les isothermes sont quasiment des droites verticales : pour une phase condensée l'enthalpie ne dépend pratiquement que de T, donc si T est constante, h est constante aussi. Pour la même raison de clarté on ne représente que le départ de cette droite verticale sur la courbe d'ébullition.
- Dans la zone de la vapeur, les isothermes sont courbées. Toutefois, aux basses pressions, elles ressemblent à des droites verticales car, pour les basses pressions, la vapeur est assimilable à un gaz parfait dont l'enthalpie ne dépend que de la température.

Les courbes **isotitres** n'existent que dans la zone d'équilibre liquide-vapeur. Elles partent du point critique, au sommet de la courbe de saturation, et vont jusqu'à l'axe des abscisses (voir figure 25.10).

Les **isentropes** n'ont pas de rupture de pente à la frontière du domaine d'équilibre liquide-vapeur. Dans la zone du liquide, ce sont pratiquement des droites verticales (voir figure 25.12) parce que, dans le modèle du liquide incompressible et indilatable, l'entropie ne dépend que de la température, donc si s est constante, T l'est aussi et donc h l'est aussi. Cette portion verticale n'est pas toujours représentée.

Les **isochores** sont très peu utilisées en pratique.

Sur chaque courbe on peut lire la valeur de la grandeur thermodynamique qui lui est associée. Si l'on connaît deux des grandeurs thermodynamiques intensives ci-dessus on place facilement le point représentant l'état du fluide sur le diagramme (il faut le plus souvent interpoler entre deux courbes) et on peut lire les valeurs des autres grandeurs. Le diagramme est donc une véritable table de données thermodynamiques concernant le fluide.

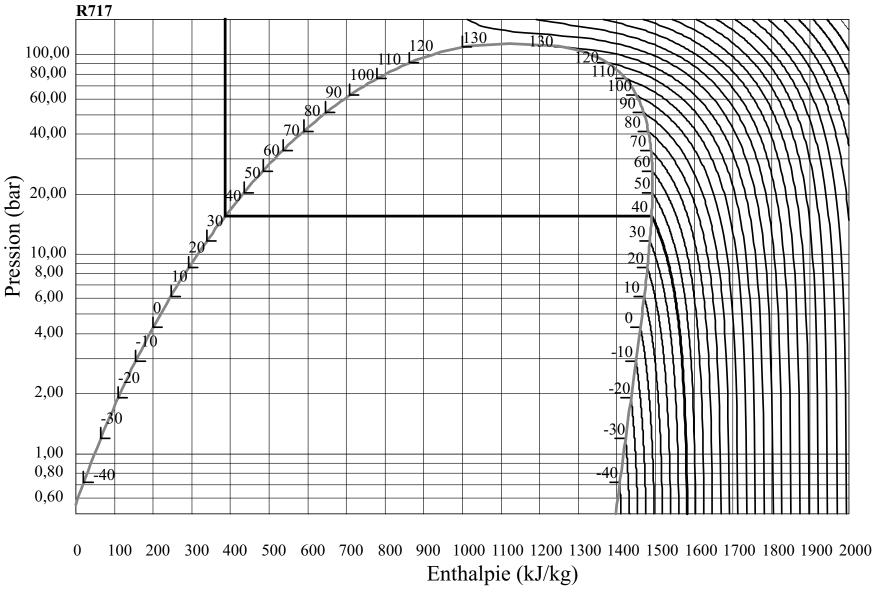

Figure 25.11 – Diagramme des frigoristes pour l'ammoniac : réseau d'isothermes. Les parties horizontales ou verticales des isothermes ne sont pas représentées par le logiciel. On a complété l'isotherme $T = 40^{\circ}$C.

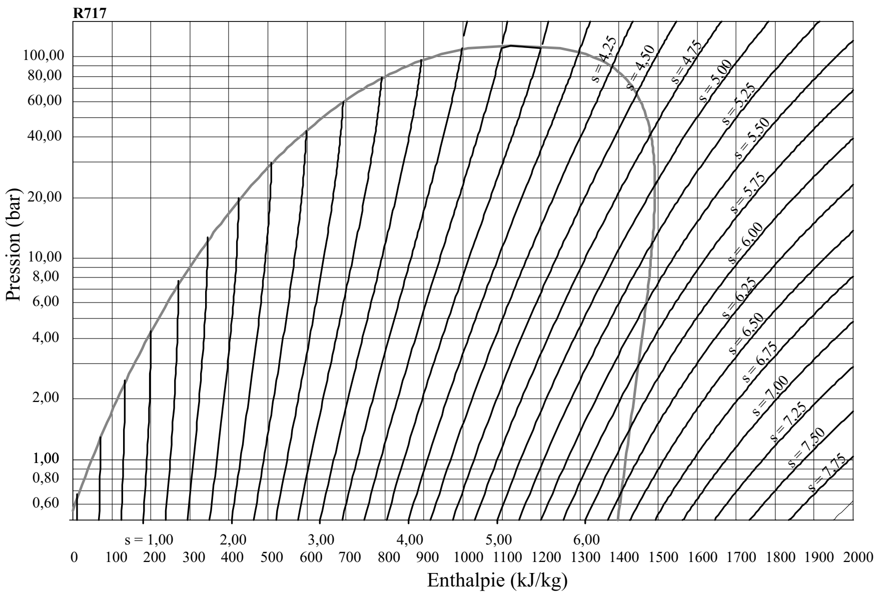

Figure 25.12 – Diagramme des frigoristes pour l'ammoniac : réseau d'isentropes. La valeur indiquée sur chaque isentrope est en kJ·K^{-1}·kg^{-1}. Les parties verticales des isentropes ne sont pas représentées.

d) Étude du cycle dans le diagramme (P, h)

Le diagramme est un outil puissant pour calculer les performance du cycle. On place sur le diagramme les points A, B, C et D représentant les états successifs du fluide, puis on lit leur abscisses h_A, h_B, h_C et h_D pour calculer le rendement.

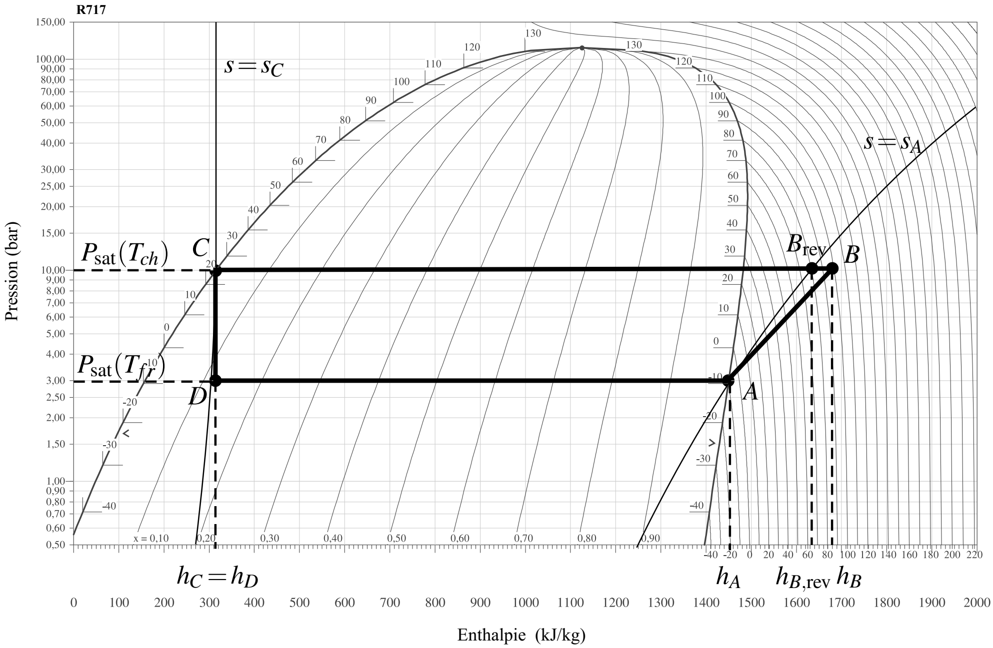

Figure 25.13 – Cycle d'une machine frigorifique : $T_{ch} = 298$ K, $T_{fr} = 263$ K.

Le cycle représenté sur la figure 25.13 est le cycle d'une machine réelle destinée à produire du froid. En A on a de la vapeur sèche et en C du liquide juste saturant. On lit sur le diagramme, $h_A = 1452 \pm 2\,\text{J·kg}^{-1}$, $h_B = 1680 \pm 2\,\text{J·kg}^{-1}$, $h_C = h_D = 313 \pm 2\,\text{J·kg}^{-1}$. On en déduit l'efficacité :

$$e_{\text{frigo}} = \frac{1452 - 313}{1680 - 1452} = 5,00 \pm 0,09.$$

L'efficacité d'une machine frigorifique réversible travaillant entre les mêmes températures serait :

$$e_{\text{frigo,rev}} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}} = \frac{263}{298 - 263} = 7,51.$$

L'efficacité réelle est plus petite, signe que le cycle n'est pas réversible. Ceci se voit d'ailleurs sur le diagramme : la compression AB est adiabatique, si elle était réversible B serait sur l'isentrope passant par A, ce qui n'est pas le cas. Sur la figure 25.13, B est à droite de l'isentrope $s = s_A$ ce qui montre que $s_B > s_A$. Si cette transformation était réversible elle aboutirait au point B_{rev} avec $h_{\text{B,rev}} = 1635 \pm 2\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ et l'efficacité de la machine serait :

$$e'_{\text{frigo}} = \frac{1452 - 313}{1635 - 1452} = 6,55 \pm 0,15,$$

valeur supérieure à l'efficacité réelle parce les irréversibilités font baisser l'efficacité. Cependant e'_{frigo} est encore inférieure à $e_{\text{frigo,rev}}$, ce qui provient du fait que la détente isenthalpique CD est, elle aussi, irréversible. En effet c'est une détente adiabatique et $s_D > s_C$, puisque D est à droite de l'isentrope $s = s_C$.

L'irréversibilité de la compression AB est une irréversibilité mécanique. L'irréversibilité de la détente CD est due aux frottements internes au fluide.

SYNTHÈSE

SAVOIRS

- sens des échanges d'énergie d'une machine thermique ditherme suivant son mode de fonctionnement
- définition du rendement ou de l'efficacité d'une machine thermique ditherme selon son rôle
- le rendement est maximum pour une machine réversible
- expression du rendement ou de l'efficacité d'une machine ditherme réversible dans les trois cas
- ordre de grandeur du rendement ou de l'efficacité d'une machine réelle
- premier principe dans un écoulement stationnaire

SAVOIR-FAIRE

- écrire les deux principes pour une machine ditherme sur un cycle
- établir l'expression du rendement dans le cas réversible
- analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.
- utiliser le premier principe dans un écoulement stationnaire
- utiliser un diagramme $(\log P, h)$

MOTS-CLÉS

- moteur thermique
- machine frigorifique
- pompe à chaleur
- cycle ditherme
- rendement, efficacité
- rendement de Carnot
- diagramme des frigoristes